Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

средняя общеобразовательная школа с.Киселевка

Ульчского муниципального района Хабаровского края

 «Утверждено»

 Директор школы

Рассмотрено и согласовано

на заседании МО учителей естественно-математического цикла

Протокол № 1 от

«30» августа 2017 г.

Руководитель МО Бывалина Л.Л.

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_ Казюкина В.Н.

 «31» августа 2017 г. приказ №18

**Рабочая программа по алгебре и началам анализа**

 **10 класс (базовый уровень)**

**на 2017/2018 учебный год**

 Рабочая программа составлена

 учителем математики и физики

 Бывалиной Л.Л.

с.Киселевка 2017 г.

**Пояснительная записка**

**1.Место учебного предмета в структуре основной образовательной программы школы.**

 Рабочая программа по алгебре и началам математического анализа (базовый уровень) для 10 класса разработана в соответствии с Федеральным компонентом государственного образовательного стандарта, федеральным базисным учебным планом, федерального перечня учебников, рекомендованных Министерством образования Российской Федерации к использованию в образовательном процессе в общеобразовательных учреждениях на 2016-2017 учебный год, с учетом требований к оснащению образовательного процесса, в соответствии с содержанием наполнения учебных предметов компонента государственного стандарта общего образования, авторского тематического планирования учебного материала, базисного учебного плана 2004 года.

Рабочая программа составлена на основе:

**Программа:** Колягин Ю.М., Ткачёва М.В., Фёдорова Н.Е. и др. Программы по алгебре и началам математического анализа //Программы общеобразовательных учреждений: Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы /Составитель Т.А.Бурмистрова. – М.: Просвещение, 2010.

**Учебник:** Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый уровень и профильный уровни. / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин; под ред. А. Б. Жижченко.- 3-е изд. -М.: Просвещение, 2013 г.

**2.Цель учебного предмета.**

* формирование представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;
* овладение устным и письменным математическим языком, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественнонаучных дисциплин, для продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;
* развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, развитие математического мышления и интуиции, творческих способностей на уровне, необходимом для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности.

**Общая характеристика учебного предмета.**

В базовом курсе содержание образования, представленное в старшей школе, развивается в следующих направлениях:

* систематизация сведений о числах; формирование представлений о расширении числовых множеств от натуральных до комплексных как способе построения нового математического аппарата для решения задач окружающего мира и внутренних задач математики; совершенствование техники вычислений;
* развитие и совершенствование техники алгебраических преобразований, решения уравнений, неравенств, систем;
* систематизация и расширение сведений о функциях, совершенствование графических умений; знакомство с основными идеями и методами математического анализа в объеме, позволяющем исследовать элементарные функции и решать простейшие геометрические, физические и другие прикладные задачи;
* расширение системы сведений о свойствах плоских фигур, систематическое изучение свойств пространственных тел, развитие представлений о геометрических измерениях;
* развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире;
* совершенствование математического развития до уровня, позволяющего свободно применять изученные факты и методы при решении задач из различных разделов курса, а также использовать их в нестандартных ситуациях;
* формирование способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из смежных дисциплин, углубление знаний об особенностях применения математических методов к исследованию процессов и явлений в природе и обществе.

Изучение математики в старшей школе на базовом уровне направлено на достижение следующих **целей:**

* **формирование представлений** об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
* **овладение** математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
* **развитие** логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, развитие математического мышления и интуиции, творческих способностей на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, а также последующего обучения в высшей школе;
* **воспитание** средствами математики культуры личности, понимание значимости математики для научно-технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей.

**Место предмета в базисном учебном плане**

Согласно Федеральному базисному учебному плану для общеобразовательных учреждений Российской Федерации на изучение предмета «Алгебра и начала анализа» на базовом уровне отводится 170 учебных часов: 85 часов в 10 классе и 85 часа в 11 классе из расчета 2,5 часов в неделю (с учётом 34 учебных недель). При этом предполагается проведение 2ч. в неделю в первом полугодии, 3 ч. в неделю во втором полугодии.

Исходя из выделенного учебного времени программное содержание по алгебре и началам математического анализа рассчитано на 85 часов (2,5 недельных часа) и распределено следующим образом:

|  |  |
| --- | --- |
| **Содержание материала** | **Количество часов** |
| Степень с действительным показателем | 11 |
| Степенная функция | 13 |
| Показательная функция | 10 |
| Логарифмическая функция | 15 |
| Тригонометрические формулы | 20 |
| Тригонометрические уравнения | 15 |
| Повторение | 1 |
|  | **85** |

***ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ ВЫПУСКНИКОВ***

***В результате изучения математики на базовом уровне ученик должен***

**знать/понимать**

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;

- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;

- вероятностный характер различных процессов окружающего мира

**Алгебра**

**уметь**

* выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
* проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
* вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** для:

* практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

**Функции и графики**

**уметь**

* определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
* строить графики изученных функций;
* описывать по графику *и в простейших случаях по формуле[[1]](#footnote-2)* поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
* решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя *свойства функций* и их графиков;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** для:

* описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;

**Начала математического анализа**

**уметь**

* вычислять производные *и первообразные* элементарных функций, используя справочные материалы;
* исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов *и простейших рациональных функций* с использованием аппарата математического анализа;
* *вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;*

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** для:

* решения прикладных задач, в том числе социально-экономи-ческих и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения;

**Уравнения и неравенства**

**уметь**

* решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, *простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы*;
* составлять уравнения *и неравенства* по условию задачи;
* использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
* изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** для:

* построения и исследования простейших математических моделей;

**Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**

**уметь**

* решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
* вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** для:

* анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;
* анализа информации статистического характера

## ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ

***В результате изучения математики на базовом уровне ученик должен***

**знать/понимать[[2]](#footnote-3)**

* значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
* значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
* универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
* вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

**уметь**

* выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
* проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
* вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
* определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
* строить графики изученных функций;
* описывать по графику *и в простейших случаях по формуле* поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
* решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя *свойства функций* и их графиков;
* решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, *простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы*;
* составлять уравнения *и неравенства* по условию задачи;
* использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
* изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем.

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** для:

* практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;
* описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;
* построения и исследования простейших математических моделей.

**Основные образовательные технологии.**

 В процессе изучения предмета используются не только традиционные технологии, методы и формы обучения, но и инновационные технологии, активные и интерактивные методы и формы проведения занятий: технология проблемного обучения, развивающего обучения, интегрированного, дифференцированного обучения, развития критического мышления.

Календарно – тематическое планирование по алгебре

для 10 класса (базовый уровень)

на 2015/2016 учебный год

 Тематическое планирование составлено к УМК Ю.М.Колягина Алгебра и начала математического анализа 10 кл. учебник для общеобразовательных учреждений. Базовый и профильный уровни. М.: Просвещение, 2013 год, на основе федерального компонента государственного стандарта общего образования с учетом авторского тематического планирования учебного материала Алгебра и начала математического анализа 10-11 кл. Программы для общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2010 год

 **Литература**

1. Ю.М.Колягин Алгебра и начала математического анализа 10 кл. учебник для общеобразовательных учреждений. Базовый и профильный уровни. М.: Просвещение, 2013 год
2. Алгебра и начала математического анализа 10-11 кл. Программы для общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2010 год
3. Федорова Н.Е.Изучение алгебры и начал математического анализа в 10 кл.: книга для учителя.- М.: Просвещение, 2008

**ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

|  |  |
| --- | --- |
| Учебная тема | Количество часов  |
| **Глава IV. Степень с действительным показателем** | **11** |
| Действительные числа | 1 |
| Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия | 2 |
| Арифметический корень натуральной степени | 3 |
| Степень с рациональным и действительным показателем | 3 |
| Урок обобщения и систематизации знаний | 1 |
| *Контрольная работа №1* | 1 |
| **Глава V. Степенная функция**  | **13** |
| Степенная функция, ее свойства и график  | 3 |
| Взаимно обратные функции. Сложные функции. | 2 |
| Дробно-линейная функция | 1 |
| Равносильные уравнения и неравенства  | 2 |
| Иррациональные уравнения  | 2 |
| Иррациональные неравенства  | - |
| Урок обобщения и систематизации знаний | 2 |
| *Контрольная работа № 2* | 1  |
| **Глава VI. Показательная функция**  | **10** |
| Показательная функция, ее свойства и график  | 2  |
| Показательные уравнения  | 2 |
| Показательные неравенства | 2 |
| Системы показательных уравнений и неравенств | 2 |
| Уроки обобщения и систематизации знаний | 1  |
| *Контрольная работа № 3* | 1  |
| **Глава VII. Логарифмическая функция**  | **15** |
| Логарифмы  | 2  |
| Свойства логарифмов  | 2  |
| Десятичные и натуральные логарифмы. Формула перехода  | 2 |
| Логарифмическая функция, ее свойства и график  | 2 |
| Логарифмические уравнения  | 2 |
| Логарифмические неравенства  | 2 |
| Урок обобщения и систематизации знаний | 2 |
| *Контрольная работа № 4* | 1  |
| **Глава VIII. Тригонометрические формулы**  | **20** |
|  Радианная мера угла  | 1  |
| Поворот точки вокруг начала координат  | 2  |
|  Определение синуса, косинуса и тангенса угла  | 2  |
| Знаки синуса, косинуса и тангенса угла  | 1  |
|  § Зависимость между синусом, косинусом и танген­сом одного и того же угла  | 2 |
|  Тригонометрические тождества  | 2 |
|  Синус, косинус, тангенс углов α и - α  | 1  |
|  Формулы сложения  | 2 |
| Синус, косинус и тангенс двойного угла  | 1 |
| Синус, косинус и тангенс половинного угла  | 1  |
| Формулы приведения  | 2  |
| Сумма и разность синусов, сумма и разность ко­синусов  | 1 |
| Произведение синусов и косинусов  | - |
| Урок обобщения и систематизации знаний | 1 |
| *Контрольная работа № 5* | 1  |
| **Глава IX. Тригонометрические уравнения**  | **15** |
| Уравнение cos*х* = *а*  | 3 |
| Уравнение sin*х* = *а*  | 3 |
| Уравнение tg*x* = *а*  | 2 |
| Тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным. Однородные и линейные уравнения.  | 3 |
| Методы замены неизвестного и разложения на множители. Метод оценки левой и правой частей тригонометрического уравнения | 2 |
|  Системы тригонометрических уравнений  | - |
| Тригонометрические неравенства. | - |
| Урок обобщения и систематизации знаний | 1  |
| *Контрольная работа № 6* | 1  |
| Резерв  | **1** |

Календарно-тематическое планирование по алгебре. **10 класс.** 85 часов (2 часа в неделю в первом полугодии, 3 часа в неделю во втором полугодии)

Авторы УМК Ю.М.Колягин, М.В.Ткачева, Н.Е.Федорова, М.И.Шабунин

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № урока по теме | Тема урока | Образовательные цели урока | Опорные знания | Материал для мотивации | Приложение темы, межпредметные связи | Приемыобучения | Формы контроля | ИКТ | Домашнее задание |
| Глава IV. Степень с действительным показателем (11 часов) |
| 1/1 | Действительные числа | Обобщение и систематизация знаний учащихся о расширении множества чисел (от натуральных до действительных), ознакомление с понятием предела последовательности | Числовые множества, круги Эйлера, правила округления | Исторический экскурс о развитии теории чисел | *Математика:*Решение уравнений, неравенств, изучение свойств функции. Введение степенной, показательной, логарифмической функций.Теория пределов(11 кл.)*Физика:* Тождественные преобразования формул, использование свойств степени при решении задач, в которых используется запись чисел в стандартном виде | Учебный диалог, коллективная деятельность по восстановлению последовательности расширения множеств чисел | самост. работа | Диск Математика 5-11 классы Практикум под ред. Дубровского В.Н. НФПК | §1 №4, 9, 12 |
| 2/2-3/3 | Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия | Продолжить формирование представления о пределе числовой последовательности на примере изучения бесконечно убывающей геометрической прогрессии и нахождения ее суммы с помощью предела | Понятие и основные формулы геометрической прогрессии | Практическая задача перед введением новой темы | Учебный диалог, лекция, заполнение таблицы по геометрической прогрессии, выполнение практических заданий | Индивидуальный и фронтальный опрос, самост. работа, тест  | §2 |
| 4/4-6/6. | Арифметический корень натуральной степени | Обобщение знаний о корнях и арифметических корнях, полученных в 9-летней школе; подготовка к изучению понятия степени с действительным показателем | Арифметический квадратный корень, свойства корня, формулы сокращенного умножения, модуль числа | Работа с таблицами: «Квадраты чисел», «Натуральные степени числа 2», «Натуральные степени числа 3», «Формулы сокращенного умножения», «Модуль числа», «Свойства арифметического корня *п*-й степени» | Эвристическая беседа, устная работа, лекция, учебный диалог, коллективное решение задач, работа в группах по д-ву единствен-ти ариф.корня и его свойств | Индивидуальный и фронтальный опрос, диктант, самост. работа, устный счет | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Вычисления | §3 |
| 7/7 -9/9 | Степень с рациональным и действительным показателем | Расширение понятия степени до степени с рациональным и действительными показателями; формирование навыков действий со степенями с рациональными показателями; изучение свойств степени с действительным показателем | Понятия степени, корня, свойства корня и степени, формулы сокращенного умножения, действия с дробями  | 1. Анализ ошибок на ЕГЭ, вступительных экзаменах на свойства степени
2. Решение задач с межпредметным содержанием
 | Эвристическая беседа, работа с учебником, контрпримеры, решение задач с нарастающей степенью сложности, работа в парах со взаимопроверкой | Индивидуальный и фронтальный опрос, тест, самост. работа | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Преобразование выражений | §4 |
| 10/10 | Урок обобщения и систематизации знаний | Совершенствование умений в применении свойств арифметического корня и степени с действительным показателем |  | Решение задач с межпредметным содержаниемРабота с таблицами свойств степени |  | Работа в группах, учебный диалог, эвристическая беседа, задания с выбором ответа, с пропусками | Индивидуальный и фронтальный опрос Тест |  | Проверь себя! Стр.162 |
| 11/11 | *Контрольная работа №1по теме «Сте-пень с дейст-вительным показателем»* | Проверить сформированность умений и способов деятельности по теме «Степень с действительным показателем» |  |  |  | Выполнение контрольной работы, работа с дидактическим материалом, коррекция знаний | Контрольная работа |  |  |

Обязательные результаты обучения (Требования государственного стандарта).

В результате изучения темы **«Степень с действительным показателем»** ученик должен

знать/понимать:

* определения, свойства и формулы, относящиеся к действительным числам, геометрической прогрессии, корню натуральной степени и степени с действительным показателем;
* идеи расширения числовых множеств как способа по­строения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;

уметь

* находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем;
* проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

* практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № урока по теме | Тема урока | Образовательные цели урока | Опорные знания | Материал для мотивации | Приложение темы | Приемыобучения | Формы контроля | ИКТ | Домашнее задание |
| Глава V. Степенная функция (13 часов) |
| 1/12-3/14 | Степенная функция, ее свойства и график  | Знакомство с понятием ограниченной функции, асимптоты. Содействовать усвоению учащимися свойств и графиков различных случаев степенной функции, формировать умения сравнивать числа, решать неравенства с помощью графиков и свойств степенной функции,  | Степенная функция, область определения, множество значений, монотонность, четность, нечетность функции, умения читать графики функций | Исторический экскурс .Схематическое изображение и чтение графиков функцийРешение задач с межпредметным содержанием | *Математика:*Взаимно-обратные функции, изучение сложных функций.Понятие выпуклостиПостроение графиков с помощью сдвиговНахождение наибольшего и наименьшего значения функции*Физика:* описание с помощью степенной функции физических процессов, для которых характерно возрастание или убывание. Масса шара – степенная функция его радиуса $m\left(R\right)=\frac{4}{3}πρR^{3}$ | Учебный диалог, беседа по актуализации знаний, заполнение таблицы свойств степенной функции | самост. работа, диктант | Алгебра. Графики функций. Интерактивное наглядное пособие. «Дрофа»Построение графика степенной функции. Преобразование графиков функций | §1  |
| 4/158-5/16. | Взаимно обратные функции. Сложные функции. | Освоение учащимися понятия обратимой, взаимно обратных функций и сложных функций, теоремы об обратной функции, формирование умений строить график функции обратной данной | область опреде-ления, множест-во значений, монотонность, четность, нечет-ность функции, нахождение ин-тервалов знако-постоянства | Выполнение лабораторно-графической работы | Учебный диалог, лекция, актуализация опорных знаний, устная работа, работа в группах по исследованию функций | Индивидуальный и фронтальный опрос, самост. работа, лабораторно-графическая работа | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Обратная функция | §2 |
| 6/17. | Дробно-линейная функция | Ознакомить учащихся с дробно-линейной функцией, показать применение функции на примере прикладной задачи, продолжить формирование понятий горизонтальной и вертикальной асимптот, закрепить умения выполнять выделение целой части, выполнять преобразования графиков | Асимптота, основные свойства функций, преобразования графиков | Решение задач практического содержания, прикладного характера | Эвристическая беседа, устная работа, лекция, работа в группах по исследованию функций | Индивидуальный и фронтальный опрос, самост. работа | Диск Математика 5-11 классы Практикум под ред. Дубровского В.Н. НФПК | §3 |
| 7/18 -8/19 | Равносиль-ные уравнения и неравенства  | Знакомство с понятиями равносильных уравнений, неравенств, систем уравнений, уравнений-следствий; формирование у учащихся потребности при решении уравнений выполнять лишь те преобразования, которые не приводят к потере корней, а при решении неравенств осуществлять лишь равносильные преобразования | Графики степенной и дробно-линейной функции, свойства функций, решение квадратных, дробно-рациональных уравнений, систем уравнений | 1. Анализ ошибок на ЕГЭ, вступительных экзаменах на свойства степени
2. Решение задач с межпредметным содержанием
3. Практические иллюстрации вводимых понятий и представлений
 | *Математика:* решение иррациональных уравнений и неравенств.*Формирование теоретической грамотности учащихся, практической деятельности при решении уравнений, неравенств и их систем* | Эвристическая беседа, работа с учебником, задания на обобщение и систематизацию, заполнение обобщающей таблицы, работа в парах со взаимопроверкой | Индивидуальный и фронтальный опрос, тест, самост. работа | §4 |
| 9/20-10/21 | Иррациональ-ные уравнения  | Формирование умений решать иррациональные уравнения возведением обеих частей в одну и ту же натуральную степень; ознакомление с приемами решения систем, содержащих иррациональные уравнения | равносильные уравнения | 1.работа с таблицей различных видов иррациональных уравнений2.выполнение исследовательской работы по исследованию уравнения$$ х+\sqrt{х(а+х)}=1$$ |  | Устная работа, учебный диалог, эвристическая беседа, работа по освоению алгоритма решения иррациональных уравнений, групповая работа по решению иррац.уравнений | Индивидуальный и фронтальный опрос. Тест, самост. работа | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Уравнения вида «корень равен числу», уравнения вида «корень равен функции» | §5 |
| 11/22 – 12/23 | Урок обобщения и систематизации знаний по теме «Степенная функция» | Систематизация знаний о степени, практических умений, повторить свойства степенной функции при различных показателях, понятия обратимой и обратной функций, равносильности уравнений, алгоритм практических действий при решении уравнений и неравенств |  |  |  | Работа с эскизами графиков функций, задания на чтение графиков, задания на обобщение и систематизацию знаний, сравнение, работа в парах | Самост. работа, взаимоконтроль |  | Вопросы к главе 5 Проверь себя! Стр.208 |
| 13/24 | *Контрольная работа № 2* по теме «Степенная функция» | Проверка знаний, умений и способов деятельности учащихся по изученной теме «Степенная функция» |  |  |  | Выполнение контрольной работы, работа с дидактическим материалом, коррекция знаний | Контрольная работа |  |  |

Обязательные результаты обучения (Требования государственного стандарта).

В результате изучения темы **«Степенная функция»** ученик должен

знать/понимать:

* свойства степенной функции с натуральным показателем, определение взаимно-обратных функций, равносильных уравнений, неравенств, систем уравнений, уравнения-следствия;
* понимать причины появления посторонних корней и потери корней;

**уметь**

* определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания степенной функции;
* строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;
* описывать по графику и по формуле поведение и свойства функ­ций;
* решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

* описания и исследования с помощью функций реальных зависи­мостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов;

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № урока по теме | Тема урока | Образовательные цели урока | Опорные знания | Материал для мотивации | Приложение темы | ПриемыОбучения | Формы контроля | Икт | Домашнее задание |
| Глава VI. Показательная функция (10 часов) |
| 1/25-2/26 | Показательная функция, ее свойства и график  | Введение понятия показательной функции; изучение свойств функции, формирование умений строить график, демонстрация применения знаний о свойствах показательной функции к решению прикладных задач | степенная функция, основные свойства функций: ОО, ОЗ, монотонность, промежутки знакопостоянст-ва, свойства степени | Исторический экскурс .Схематическое изображение и чтение графиков функцийРешение задач с межпредметным содержанием | *Математика:* логарифмическая функция*Физика:* - закон радиоактивного распада, период полураспада;- искусственное выращивание микроорганизмов: дрожжи, бактерии, грибки, пенициллин;- рост числа особей в популяции;- выплачивание сберкассой процентов по вкладу;- потери электроэнергии при передаче по подводному кабелю;- давление воздуха в зависимости от высоты подъема;ток -самоиндукции в катушке после включения постоянного напряжения;- рост прибыли;- геометрическая прогрессия у=ах, где *х*$\in $N | Учебный диалог, устная работа, задание на сравне-ние степенной и показательной функций, решение задач исследова-тельско-приклад-ного характе-ра(№3), задания на исследование и чтение графиков | Практичес-кая работа, диктант | Алгебра. Графики функций. Интерактивное наглядное пособие. «Дрофа»Построение графика функции с заданными параметрами | §1  |
| 3/27-4/28. | Показательные уравнения  | Знакомство с различны-ми видами показатель-ных уравнений, содейст-вовать овладению учащимися алгоритма и основных способов решения показательных уравнений | Свойства степени, свойства показательной функции, приемы, приводящие к уравнениям-следствиям, равносильные уравнения | Решение задач практического содержания, прикладного характераРешение уравнений с параметрами | Учебный диалог, актуализация опорных знаний, устная работа, работа в группах по систематизации показательных уравнений, решение заданий, самоанализ знаний и умений, решение комбинированных заданий | Индивидуальный и фронтальный опрос, самост. работа, тест | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Простейшие показательные уравнения | §2 |
| 5/29-6/30. | Показательные неравенства | Формирование умений решать показательные неравенства на основе свойства монотонности показательной функции | Показательная функция, ее свойства, навыки решения показательных уравнений |  | Эвристическая беседа, устная работа, работа в группах по решению неравенств | Индивидуальный и фронтальный опрос, диктант, самост. работа | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Простейшие неравенства и системы неравенств.Системы показательных уравнений | §3 |
| 7/31 -8/32 | Системы показательных уравнений и неравенств | Содействовать овладе-нию учащимися способа подстановки решения систем показательных уравнений и неравенств | Способы решения показательных уравнений и неравенств |  | Эвристическая беседа, работа с учебником, работа в парах со взаимопроверкой | Индивидуальный и фронтальный опрос, тест, самост. работа | §4 |
| 9/33 | Урок обобщения и систематизации знаний | Систематизация знаний о степени, показательной функции, ее свойствах |  | Решение задач практического и прикладного содержания | задания на обобщение и систематизацию знаний, работа в парах | Самост. работа, взаимоконтроль |  | Вопросы к главе 6 проверь себя! Стр.229 |
| 10/34 | *Контрольная работа № 3* по теме «Показательная функция» | Проверка знаний, умений и способов деятельности учащихся по изученной теме «Показательная функция» |  |  |  | Выполнение контрольной работы, работа с дидактическим материалом, коррекция знаний | Контрольная работа |  |  |

Обязательные результаты обучения (Требования государственного стандарта).

В результате изучения темы **«Показательная функция»** ученик должен

знать/понимать: определение, свойства показательной функции

**уметь**

* определять значение показательной функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
* строить графики показательных функций, выполнять преобразования графиков;
* описывать по графику и по формуле поведение и свойства функ­ций;
* решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства показательной функции и ее графические представления;
* решать показательные уравне­ния и неравенства, их системы;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

* описания и исследования с помощью показательной функции реальных зависи­мостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № урока по теме | Тема урока | Образовательные цели урока | Опорные знания | Материал для мотивации | Приложение темы, межпред-метные связи | Приемыобучения | Формы контроля | ИКТ | Домашнее задание |
| Глава VII. Логарифмическая функция (15 часов) |
| 1/35-2/36 | Логарифмы  | Введение понятия лога-рифма числа; знакомство с применением основного логарифмического тождества к вычислениям и решению простейших логарифмических уравнений | свойства степени, решение показательных уравнений | 1.Исторический экскурс. Дж.Непер, В.М. Брадис, Э.Гунтер, Л.Эйлер2.Азевич «20 уроков гармонии» |  | Эвристическая беседа, устная работа, решение задач в парах с последующим обсуждением | Самост. работа | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Логарифмы | §1 |
| 3/37-4/38 | Свойства логарифмов  | Изучение основных свойств логарифмов и формирование умений их применения для преобразований логарифмических выражений | логарифм, основное логарифмическое тождество, действия со степенями |  | *Банковское дело:* финансовые операции, вычисление сложных процентов, определяющих прибыль от вкладов в сбербанке | Устная работа, задания с ошибками, пропусками, учебный диалог, работа с учебником | Самостоятельная работа | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Свойства логарифмов | §2 |
| 5/39-6/40 | Десятичные и натуральные логарифмы. Формула перехода  | Введение понятий десятичного и натурального логарифмов, формирование умений применять формулы перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию | логарифм, основное логарифмическое тождество, свойства логарифмов | Исторический экскурс – история появления логарифмоврешение задач прикладного характера | Создание проблемной ситуации, поиск решения, фронтальная беседа, коллективное решение задач | Самостоятельная работатест  | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Преобразование выражений | §3 |
| 7/41-8/42 | Логарифмическая функция, ее свойства и график  | Обоснование свойств логарифмической функ-ции и построение ее гра-фика; демонстрация при-менения свойств лога-рифмической функции при сравнении значений выражений и решении простейших логариф-мических уравнений и неравенств | логарифм, основное логарифмическое тождество, свойства лога-рифмов, основ-ные свойства функций, взаим-но обратные функции |  |  | Лекция, эвристическая беседа, актуализация знаний, устный счет, графические иллюстрации, задания на соответствие, чтение графиков функциий | Самостоятельная работа,тест,индивидуальный опрос, взаимоконт-роль | Алгебра. Графики функций. Интерактивное наглядное пособие. «Дрофа»Построение графика логарифмической функции. Преобразование графиков функций | §4 |
| 9/43-10/44 | Логарифмические уравнения  | Формирование умения решать различные логарифмические уравнения и их системы с использованием свойств логарифмов и общих методов решения уравнений | логарифм, свойства степени, логарифмов, общие подходы к решению уравнений, уравнения-следствия |  |  | Учебный диалог, фронтальный опрос, составление обобща-ющей таблицы по видам и способам решения логариф-мических уравне-ний, серия заданий с нарастающей степенью сложности | Самостоятельная работа Индивидуальный опрос | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Логарифмические уравнения | §5 |
| 11/45-12/46 | Логарифмические неравенства  | Формирование умений решать логарифмические неравенства на основа-нии свойств логарифми-ческой функции | логарифмическая функция, ее свойства |  |  | Устная работа, работа по освоению алгоритма решение логар. неравенств, система заданий с нарастающей степенью сложности | Контрольная работа | «Все задачи школьной математики» Алгебра и на-чала анализа 10-11Логари-фмические неравенства | §6 |
| 13/47-14/48 | Урок обобщения и систематизации знаний | Повторение свойств логарифмов и логарифмичес-кой функции, их применение при вычислении числовых значений логарифмических выражений, сравнении значе-ний логарифмической функ-ции, решение логарифмичес-ких уравнений и неравенств |  |  |  | Учебный диалог, индивидуальная, фронтальная, групповая работа, зачет по теории | Самостоятельная работа |  | Стр.256 «Проверь себя!» |
| 15/49 | *Контрольная работа № 4* по теме «Логарифмическая функция»  | Проверить сформирован-ность знаний, умений и способов деятельности уча-щихся по теме «Логариф-мическая функция»  |  |  |  | Выполнение контрольной работы, коррекция знаний | Контрольная работа |  |  |

Обязательные результаты обучения (Требования государственного стандарта).

В результате изучения темы **«Логарифмическая функция»** ученик должен

знать/понимать:

* определение и свойства логарифма числа, формулу перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию, определение и свойства логарифмической функции

уметь

* находить значения логарифма, используя при необходимости вычисли тельные устройства;
* проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих логарифмы;
* решать логарифмические уравне­ния и неравенства, их системы;
* строить графики логарифмической функции, выполнять преобразования графиков;
* описывать по графику и по формуле поведение и свойства логарифмической функ­ции;
* решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства логарифмической функ­ции и ее графические представления;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

* практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие логарифмы, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № урока по теме | Тема урока | Образовательные цели урока | Опорные знания | Материал для мотивации | Приложение темы, межпред-метные связи | Приемыобучения | Формы контроля | ИКТ | Домашнее задание |
| Глава VIII. Тригонометрические формулы (20 часов) |
| 1/50 |  Радианная мера угла  | Ознакомление с соответствием между точками числовой прямой и окружности, формирование понятия радиана | теорема о мере центрального угла | Значение термина - *радиан*  | *Физика :* колебательные процессы, законы автоматического регулирования различных процессы, элементы теории машин и механизмов*Математика:* свойства тригонометрических функций | Эвристическая беседа, устная работа, прием «наматывания» нити, изображающей число-вую прямую на окруж-ность единичного радиуса, самостоят. работа с учебником | Самост. работа | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Радианная мера угла | §1 |
| 2/51-3/52 | Поворот точки вокруг начала координат  | Формирование понятия поворота точки единичной окружности вокруг начала координат на угол α и обучение нахождению положения точки окружности, соответствующей данному действительному числу. | радианная мера угла, единичная окружность | Сообщение об измерении углов на практике, в технике, артиллерии | Устная работа, учебный диалог, работа с учебником, работа в группах | Самостоятельная работа |  | §2 |
| 4/53-5/54 |  Определение синуса, косинуса и тангенса угла  | Содействовать освоению понятий синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла (числа); учить их находить для чисел вида $\frac{π}{2}k$ , где *к*$ϵ$Z; ознакомление с применением определений синуса и косинуса при решении простейших тригонометрических уравнений. | радианная мера угла, понятия синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла из курса планиметрии | Исторический экскурс – история появления терминов синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла (числа); | Создание проблем-ной ситуации, поиск решения, устная работа, фронтальная беседа, заполнение таблицы значений для синуса, коси-нуса, тангенса и котангенса угла | Самостоятельная работатест  | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Вычисления. Знаки тригонометрических функций | §3 |
| 6/55 | Знаки синуса, косинуса и тангенса угла  | Обучение нахождению знаков значений синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла | точки единичной окружности, определение синуса, косинуса и тангенса угла |  |  | Эвристическая беседа, актуализация знаний, устный счет, работа в группах | Самостоятельная работа,кодированные карточки | §4 |
| 7/56-8/57 |  § Зависимость между синусом, косинусом и танген­сом одного и того же угла  | Вывод формул зависимости между синусом, косинусом, тангенсом одного и того же угла (числа); развитие уме-ний применять эти форму-лы для вычисления значе-ний синуса, косинуса, тан-генса числа по заданному значению одного из них. | уравнение окружности с центром в начале координат, определение и знаки синуса, косинуса и тангенса угла |  |  | Учебный диалог, задания для актуализации знаний, задания на распознавание основного тригонометрического тождества, выполнение заданий | Самостоятельная работа диктант |  | §5 |
| 9/58-10/59 |  Тригонометрические тождества  | Знакомство с понятием тождества как равенства, справедливого для всех допустимых значений букв; обучение доказательству тождеств с использованием изученных формул | формулы связи между синусом, косинусом и танген­сом |  |  | Устная работа, фронтальная беседа, различные способы д-ва тождеств на одной задаче, работа в группах, индиви-дуальная работа | Самостоятельная работа тест |  | §6 |
| 11/60 |  Синус, косинус, тангенс углов α и - α  | Обучение сведению вычислений значений синуса, косинуса и тангенса отрицательных углов к вычислению их значений для положительных углов | определение и знаки синуса, косинуса и тангенса угла |  | *Математика:* исследование функций на четность, нечетность | Учебный диалог, работа с единичной окружностью, индивидуальная и групповая работа по освоению материала | Самостоятельная работа  |  | §7 |
| 12/61-13/62 |  Формулы сложения  | Знакомство с формулами сложения, их выводом, развитие умений приме-нять при вычислениях и выполнении преобразо-ваний тригонометричес-ких выражений | определение, знаки и формулы связи между синусом, косинусом и тангенсом, формула расстояния между двумя точками |  |  | Учебный диалог, задания для актуализации знаний, работа в группах над доказательством теоремы сложения, получением следствий из нее | Тест , самостоятельная работа | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Преобразование суммы в произведение и наоборот | §8 |
| 14/63-15/64 | Синус, косинус и тангенс двойного угла. Синус, коси-нус и тангенс половинного угла | Ознакомление учащихся со следствиями теоремы сло-жения; формирование уме-ний применять формулы двойного угла при преобра-зованиях тригонометричес-ких выражений, в част-ности при выводе формул половинного угла. | теорема сложения, решение прямоугольных треугольников, построение точек на единичной окружности |  | *Математика:* решение тригонометрических уравнений, исследование функций | Работа с учебником, учебный диалог, устная работа, работа в группах по решению уравнений | тест,индивидуальный опрос, взаимоконт-роль | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Понижение степени | §9, §10 |
| 16/65-17/66 | Формулы приведения  | Выяснение того, что значе-ния тригонометрических функций углов, больших 900, сводятся к значениям для острых углов, познако-мить и учить применять правила записи формул приведения, использовать их при решении задач. | поворот точки вокруг начала координат, знаки тригонометрических функций по четвертям | Историческая справка об использовании таблиц тригонометрических функций для вычислений на практике  | *Геометрия:* решение задач на нахождение элементов треугольника | Актуализация знаний (поворот точки, срав-нений синусов и коси-нусов углов), задача перед введениием но-вой темы, самостоя-тельная работа в груп-пах по выводу формул приведения, составле-ние таблицы формул приведения | тест самостоятельная работа |  | §11 |
| 18/67 | Сумма и разность синусов, сумма и разность ко­синусов  | Формировать умения применять формулы суммы и разности синусов (косинусов) при вычислениях и разложении на множители | разложение на множители, формулы сложения, формулы приведения | Решение исследовательских заданий | *Математика:* решение тригонометрических уравнений | Устная работа, фронтальная беседа, доказательство тождеств несколькими способами | Диктант | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Преобразование суммы в произведение и наоборот | §12 |
| 19/68 | Урок обобщения и систематизации знаний | Повторение формул, связывающих тригонометрии-ческие функции одного аргумента, суммы аргументов, формулы двойного и половинного аргумента, разложения на множители суммы и разности, замены произведения суммой |  | Сообщения учащихся об истории тригонометрии |  | зачет по теории, работа в группах, дидактическая игра «Математический турнир» |  |  | вопросы к главе 8, Стр.307 «Проверь себя!» |
| 20/ 69 | *Контрольная работа № 5* по теме «Тригоно-метрические формулы»  | Проверить сформирован-ность знаний, умений и способов деятельности учащихся по теме «Тригонометрические формулы»  |  |  |  | Выполнение контрольной работы, коррекция знаний | Контрольная работа |  |  |

Обязательные результаты обучения (Требования государственного стандарта).

В результате изучения темы **«Тригонометрические формулы»** ученик должен

знать/понимать:

* определения синуса, косинуса, тангенса, основные формулы, выражающие зависимость между ними

уметь

* проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих тригонометриче­ские функции;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

* практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие тригонометрические функции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № урока по теме | Тема урока | Образовательные цели урока | Опорные знания | Материал для мотивации | Приложение темы, межпред-метные связи | Приемыобучения | Формы контроля | ИКТ | Домашнее задание |
| Глава IX. Тригонометрические уравнения (15 час) |
| 1/70-3/72 | Уравнение cos*х* = *а*  | Знакомство с понятием арккосинуса числа, формировать умения решать простейшие тригонометрические уравнения | точки на единичной окружности, радианные меры углов, понятие косинуса, знаки по четвертям |  |  | Эвристическая беседа, устная работа, актуализация знаний, решение с комментированием, самостоятельная работа с учебником, отчеты групп. Задания с пропусками | Самост. работа |  | §1 |
| 4/73-6/75 | Уравнение sin*х* = *а*  | Знакомство с понятием арксинуса числа, формировать умения решать тригонометрические уравнения, сводящиеся к уравнению $\sin(х=а)$ | координаты точек на единичной окружности, углы на единичной окружности, понятие синуса, арккосинуса, знаки по четвертям |  |  | Устная работа, учебный диалог, актуализация знаний, прием аналогии, работа с учебником, работа в группах по заполнению таблицы сравнения арксинуса и арккосинуса | Самостоятельная работа |  | §2 |
| 7/76-8/77 | Уравнение tg*x* = *а*  | Организация освоения понятия арктангенса числа, формировать умения решать тригонометрические уравнения вида$\tan(х=а)$ | координаты точек на единичной окружности, углы на единичной окружности, тангенс острого угла прямоугольного треугольника | Историческая справка о возникновении тангенсов |  | Создание проблемной ситуации, устная работа, фронтальная беседа, работа с единичной окружностью, самостоятельная работа с учебником | Самостоятельная работатест  | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Простейшие тригонометрические уравнения | §3 |
| 9/78-11/80 | Тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным. Однородные и линейные уравнения.  | формирование умений решать тригонометрии-ческие уравнения, сводя-щиеся к алгебраическим, однородные уравнения первой и второй степени, формировать умения находить общую часть у двух серий корней | метод введения нового неизвестного, вспомогательного угла, формулы двойного и половинного угла |  |  | Эвристическая беседа, актуализа-ция знаний, устный счет, работа в груп-пах, решение урав-нения несколькими способами, серия уравнений с нарастающей степенью сложности | Самостоятельная работа | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Однородные уравнения | §4 |
| 12/81-13/82 | Методы замены неизвестного и разложения на множители. Метод оценки левой и правой частей тригонометри-ческого уравнения | Организация деятельности учащихся по освоению метода разложения на множители для решения тригонометрических уравнений; расширение знаний о применимости метода замены обозначения в тригонометрии, знакомство с оценочным методом при решении тригонометрических уравнений | решение простейших тригонометрических уравнений, основные тригонометрические формулы | *Исторический экскурс*. Развитие учения о решении тригонометрических уравнений |  | Учебный диалог, задания для актуализации знаний, индивидуальная и групповая работа | Самостоятельная работа с выбором ответа | «Все задачи школьной математики» Алгебра и начала анализа.10-11Замена переменной | §5 |
| 14/83 | Урок обобщения и систематизации знаний | В ходе семинарского занятия проверить знание основных теоретических положений темы, систематизировать виды и способы решения тригонометрических уравнений |  |  |  | зачет по теории, се-минар по теме, сис-тематизация видов тригонометрических уравнений, анализ возможных ошибок | Тест  |  | вопросы к главе , Стр.341 «Проверь себя!» |
| 15/84 | *Контрольная работа № 6* по теме «Триго-нометрические уравнения»  | Проверить сформирован-ность знаний, умений и способов деятельности учащихся по теме «Тригонометрические уравнения»  |  |  |  | Выполнение контрольной работы, коррекция знаний | Контрольная работа |  |  |
| 1/85 | Итоговый урок |

Обязательные результаты обучения (Требования государственного стандарта).

В результате изучения темы **«Тригонометрические формулы»** ученик должен

знать/понимать:

* определения арксинуса, арккосинуса, арктангенса, формулы корней простейших тригонометрических уравнений, выражающие зависимость между ними

**уметь**

* уметь решать тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим, однородные тригонометрические уравнения, простейшие тригонометрические неравенства, решать системы тригонометрических уравнений.
1. Требования, выделенные курсивом, не применяются при контроле уровня подготовки выпускников профильных классов гуманитарной направленности. [↑](#footnote-ref-2)
2. Помимо указанных в данном разделе знаний, в требования к уровню подготовки включаются также знания, необходимые для освоения перечисленных ниже умений. [↑](#footnote-ref-3)